

1.2 DALLA SUPERFICIE SFERICA ALLA SUPERFICIE PIANA

Per conoscere bene la superficie terrestre su cui viviamo è necessario fare uso di rappresentazioni grafiche derivate da misurazioni dirette sul territorio o eseguite su fotografie aeree o satellitari. Il problema non è molto semplice. Si tratta di disegnare su un piano [carta geografica] la terra che, come sappiamo ha una forma tendenzialmente sferica. Scartata l'idea di appiattirla, dobbiamo trovare il modo di trasferire correttamente i punti della superficie terrestre su un piano].

Per raggiungere tale scopo risulterà necessario avere le idee chiare sulla rappresentazione della Terra e sulla modalità di trasferimento di punti da una superficie sferica ad una piana mediante il metodo delle proiezione

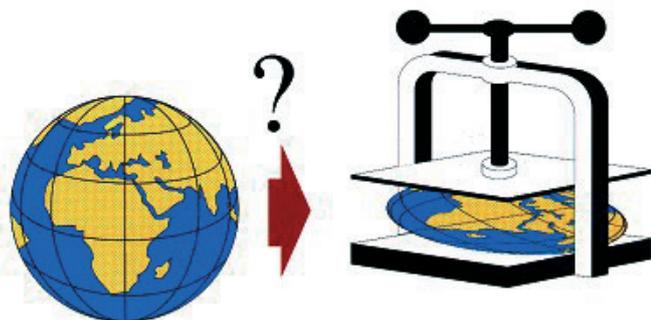


Figura 1.2.1 Per riprodurre su un piano la superficie terrestre non ha significato appiattirla, quanto piuttosto proiettarla

Per ottenere delle riproduzioni ridotte e fedeli della superficie terrestre sarebbe necessario ricorrere a dei modelli tridimensionali che potessero risolvere entrambi i seguenti problemi:

- tener conto della curvatura terrestre
- riprodurre il rilievo orografico (ossia quello delle montagne, degli altipiani ecc.) e, volendo, riprodurre anche le profondità. Per ottenere delle riproduzioni ridotte e fedeli della superficie terrestre sarebbe necessario degli oceani e dei mari.

Di solito però nei modelli tridimensionali che sono in uso, non risulta né conveniente né possibile rispettare contemporaneamente queste condizioni. I modelli tridimensionali hanno una notevole validità didattica, ma presentano l'inconveniente di esse-

re poco maneggevoli. Perciò si pone il problema di ottenere delle rappresentazioni su carta, opportunamente ridotte, della superficie terrestre, o per lo meno di quei lineamenti e di quei punti che, caso per caso possono essere considerati interessanti. La soluzione di questo problema costituisce l'obiettivo principale della disciplina chiamata **cartografia**.

1.2.1 La rappresentazione della Terra

La necessità di rappresentare luoghi è sorta nell'uomo molti secoli fa e testimonianze in tal senso sono giunte fino a noi attraverso il ritrovamento di reperti quali rappresentazioni su pelli, cortecce intarsiate, sassi scolpiti, tavolette di argilla e legno sulle quali venivano riportati i tratti salienti che caratterizzavano il territorio conosciuto.

Per numerosi secoli la terra è stata considerata di forma piatta e questo fino al 200 a.C. circa, quando un filosofo-matematico greco, Eratostene di Cirene, compì una esperienza particolare che gli permise di calcolare con discreta precisione la misura della circonferenza terrestre.

Nonostante questa esperienza la terra continuò ad essere considerata di forma piatta per lungo tempo anche perché era molto pericoloso asserire il contrario pena la condanna per eresia; le mappe del medioevo, più che rappresentazioni rigorose della terra, costituivano esercizi decorativi nei quali si faceva ricorso alla raffigurazione allegorica di mostri e draghi e quant'altro di spaventoso.

Dopo l'invenzione della bussola, l'ammiraglio Colombo nel suo viaggio verso le Indie, approda su un nuovo continente e poi Magellano per primo circumnaviga la terra mettendo una volta per tutte la parola fine alla eterna disputa: la terra è tonda! O quasi.

Ma la terra è rotonda? Le misure effettuate in seguito specialmente quelle degli accademici francesi in Perù (zona equatoriale) ed in Lapponia (zona polare) tra il 1735 ed il 1741, rivelarono che a parità di angoli al centro non corrispondevano le stesse misure sul terreno. Significava che la terra non era perfettamente sferica, ma leggermente

schacciata ai poli ed assimilabile geometricamente ad un ellissoide, confermando l'ipotesi di Newton (fig. 1.2.2).

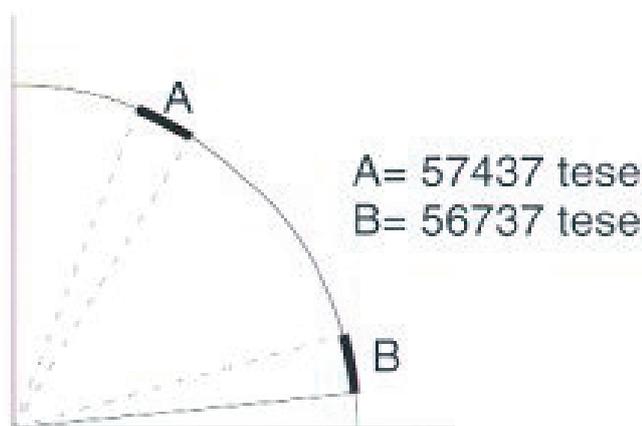


Figura 1.2.2 La Terra è schiacciata in corrispondenza dei Poli, ad angoli al centro simili, non corrispondono archi uguali.

Gli assiro-babilonesi, gli egiziani ma soprattutto i navigatori fenici avevano notato che le stelle della volta celeste subivano durante la notte degli spostamenti reali od apparenti, mentre una stella, non particolarmente luminosa, manteneva la stessa posizione. Se ne dedusse che la terra girava su se stessa creando l'alternanza dei giorni e delle notti e che quella stella, definita in seguito "stella polare", era situata sull'asse di rotazione (fig. 1.2.3).



Figura 1.2.3 La stella Polare giace sul prolungamento dell'asse di rotazione terrestrecentro simili, non corrispondono archi uguali.

In considerazione della sfericità della terra, i greci derivarono dai babilonesi l'idea di dividere il cerchio in 360° . Sulla terra, i principali punti di riferimento sono i Poli, situati alle estremità dell'asse di rotazione, e la massima circonferenza ad esso perpendicolare, l'Equatore.

Le conoscenze attuali ci permettono di affermare che La Terra, come tutti i corpi celesti di grandi dimensioni è sferica perchè questa forma rappresenta il risultato conseguente all'aggregazione (dovuta all'attrazione gravitazionale tra le particelle di polvere e di roccia) nello spazio. Per lo stesso motivo una palla di neve che rotola in un versante innevato, accrescendosi, conserverà una sua forma grosso modo sferica senza assumere, per esempio, una forma quadrata o cilindrica.

In prima approssimazione, possiamo dire che il nostro pianeta è sferico; in realtà, poichè la Terra ruota attorno ad un asse, la forza centrifuga risultante (maggiore all'equatore e decrescente verso i poli, dove si azzerava) le conferisce un piccolo schiacciamento in corrispondenza dei poli (di fatti il diametro equatoriale della Terra è di circa 42 km maggiore di quello polare) e un leggero rigonfiamento a livello equatoriale; quello che risulta è una forma chiamata "sferoide o ellissoide di rotazione".

La forza centrifuga, oltre a diminuire verso i poli, agisce in diverso modo sui continenti e sulle masse oceaniche. Alcuni studiosi affermano infatti che l'emisfero boreale (il nostro) essendo costituito da terre emerse e continenti per il 60%, subisce di meno l'influenza della forza centrifuga rispetto all'emisfero australe, dove gli oceani rappresentano ben il 90%. Questa irregolare distribuzione delle terre emerse e la diversa densità dei materiali cristallini, fa sì che l'emisfero sud sia più espanso dell'emisfero nord, il polo sud sia più appiattito e il polo nord appuntito: la forma risultante ricorda quella di una pera (fig. 1.2.4), ma la distorsione media di curvatura non supera mai i 50m.

Inoltre, la Terra subisce l'influenza gravitazionale della Luna e del Sole, per cui la parte rivolta a questi corpi celesti è più rigonfia delle altre.

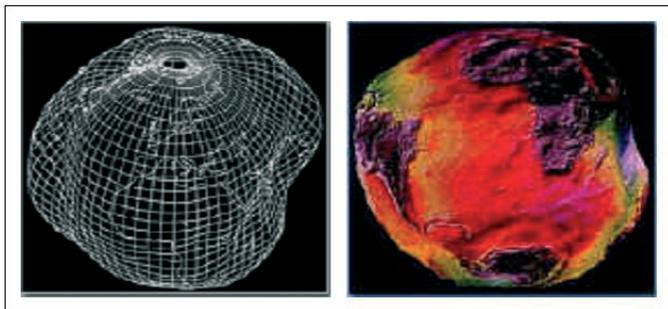


Figura 1.2.4 Rappresentazione della deformazione della Terra a causa della forza centrifuga, della distribuzione delle terre emerse e della diversa densità dei materiali crostali

1.2.2 Meridiani e paralleli

Per semplicità consideriamo la terra come una sfera perfetta. L'Equatore è la circonferenza massima che divide la terra in due emisferi di uguali dimensioni.

Le circonferenze parallele all'Equatore e di lunghezza progressivamente minore andando verso i Poli, prendono il nome di *paralleli*, ed ognuno di essi si trova ad una distanza angolare [latitudine] che cresce dall'Equatore verso il Polo Nord (da 0° a 90° di latitudine Nord) e verso il Polo Sud (da 0° a 90° di latitudine Sud).

Nel 1884, nel corso di una conferenza internazionale tenutasi a Washington, venne scelto come meridiano fondamentale o meridiano zero, quello passante per l'Osservatorio di Greenwich presso Londra.

Latitudine e longitudine costituiscono le Coordinate geografiche (fig. 1.2.5).

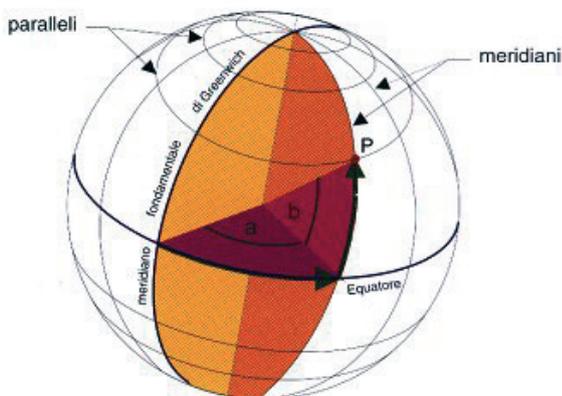


Figura 1.2.5 Latitudine e longitudine di un punto "P" sulla superficie terrestre. a = angolo di longitudine per il punto "P" b = angolo di latitudine per il punto "P".

Come si è visto, ciascuna delle semicirconferenze congiungenti i Poli è definita Meridiano, in quanto su tutti i suoi punti è mezzogiorno (ore 12 solari) nello stesso istante. L'Equatore risulta suddiviso da 360 archi uguali. La loro numerazione prosegue dal meridiano fondamentale di grado in grado verso est e verso ovest fino ai 179°. Il 180° rappresenta l'antimeridiano di quello fondamentale (fig. 1.2.6).

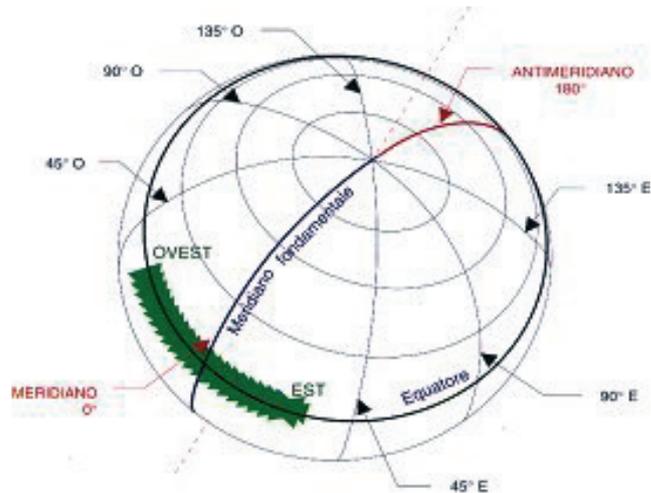


Figura 1.2.6 Meridiano fondamentale ed antimeridiano

1.2.3 Superfici teoriche: Elissoide e Geoido

Volendo rappresentare la superficie terrestre su di un piano, una volta individuato il reticolo dei paralleli e dei meridiani è necessario trovare il modo di trasferirli sul foglio di carta limitando il più possibile le distorsioni. In questa approssimazione abbiamo assunto che la terra fosse una sfera perfetta, ma sappiamo che non è così.

Possiamo dire che la forma risultante è quella che si otterrebbe facendo ruotare un'ellisse attorno al proprio asse minore (asse polare terrestre). Questa superficie teorica prende il nome di *Ellissoide*.

L'**ellissoide** è la forma geometrica della Terra. La Terra è schiacciata ai poli. La differenza fra il raggio equatoriale e polare è pari a circa 21,5 km. e dipende dall'ellissoide che viene considerato.

Negli anni, sono stati definiti numerosi ellissoidi (Bessel, Clarke, Helmert, etc.); quello attualmente adottato è l'ellissoide di Hayford o ellissoide internazionale, definito nel 1909, che ha il semiasse maggiore pari a 6378388,0 m; il semiasse minore pari a 6356911,946 m; 1/schiacciamento pari a 1/297.

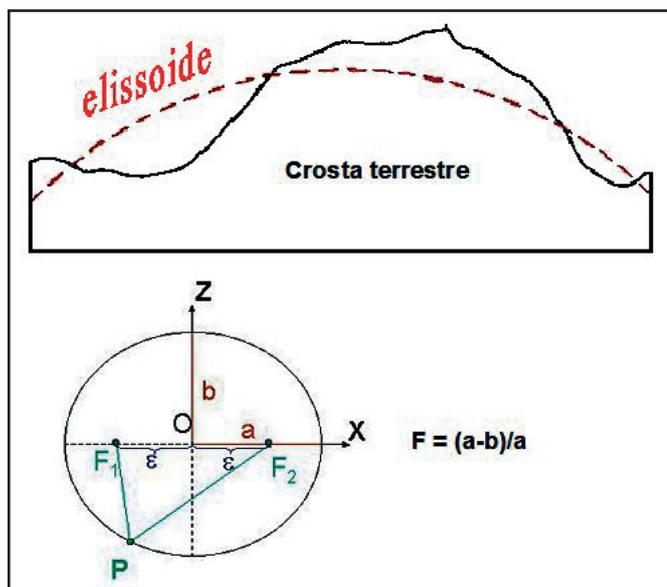


Figura 1.2.7 Rappresentazione schematica della superficie ellissoidica rispetto alla superficie reale terrestre. L'ellissoide è una superficie ottenuta facendo ruotare un'ellisse attorno al suo asse minore.

In realtà la forma della terra non è assimilabile a nessun solido geometrico ma è una forma peculiare a cui è stato dato il nome di *geoide* che si può immaginare come la forma che la nostra terra assumerebbe se la sua superficie fosse una distesa continua di acque che indisturbate attraversassero i continenti.

Il *geoide* è una superficie teorica, fisico-matematica, che ha la proprietà di essere sempre normale alla linea di forza del campo gravitazionale e di passare per livello medio del mare.

Questa superficie è molto utile per i calcoli altimetrici, per definire la quota degli oggetti.

Essa è influenzata dalle variazioni di densità della Terra e generalmente si alza sopra i continenti per abbassarsi sugli oceani. Le irregolarità del geoide sono pari a circa 60 m.

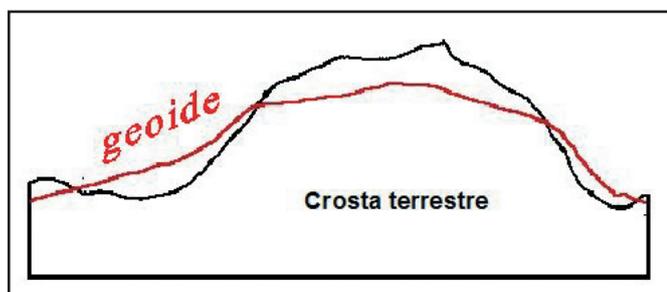


Figura 1.2.8 Rappresentazione schematica della superficie geoidica rispetto alla superficie reale terrestre. Il geoide è una superficie teorica, fisico-matematica, che ha la proprietà di essere sempre normale alla linea di forza del campo gravitazionale e di passare per livello medio del mare.

Prima di procedere a qualsiasi tentativo di “disegnare” la terra su una superficie piana è necessario trasferire tutti i punti individuati sul geoide, all'ellissoide. La geodesia è la scienza che si occupa di mettere in relazione i punti fisici della terra con l'ellissoide. La corrispondenza biunivoca viene garantita dall'individuazione di un punto di tangenza tra geoide ed ellissoide e da un orientamento (azimut della direzione).

Il punto prende il nome di *punto di emanazione* del sistema geodetico mentre l'ellissoide di riferimento ed il punto di emanazione costituiscono il *datum* o sistema di riferimento geodetico.

Per far aderire il più possibile la superficie ellissoidica con il geoide vengono utilizzati differenti ellipsoidi con differenti punti di emanazione, in particolare (esagerando la rappresentazione) nella figura 1.2.9 l'ellissoide con origine A aderisce meglio ad una parte del globo, ad esempio il Nord America mentre l'ellissoide con centro B fascia meglio la zona africana.

Nell'ambito dello stesso continente ogni nazione ha scelto un proprio datum e addirittura un proprio ellissoide per far coincidere il più possibile geoide ed ellissoide.

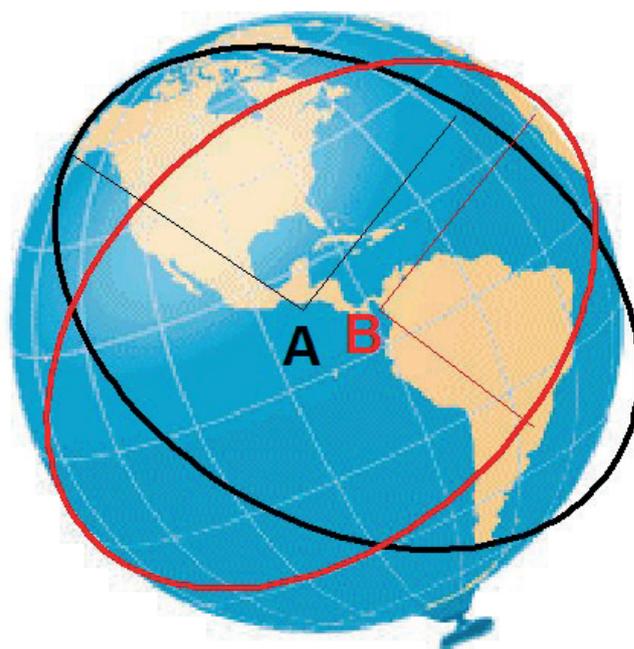


Figura 1.2.9 Rappresentazione schematica di due ellipsoidi con differenti punti di emanazione

Denominazione	Ellissoide	Centro di emanazione
Sistema geodetico nazionale Roma Before 40	Bessel	Genova Istituto Idrografico della Marina (ex Osservatorio Astronomico)
Sistema geodetico nazionale (Roma 40)	Internazionale (Hayford)	Roma Osservatorio Astronomico Monte Mario
European Datum 50 (Ed 50)	Internazionale (Hayford)	Postdam Orientamento Medio Europeo
World Geodetic System 84 (WGS 84)	GRS	Coincidenza dei centri ellissoide e geoida

Tabella 1.2.1 Sistemi di riferimento geodetici adottati in Italia

Il risultato di questa proliferazione di ellissoidi e datum nel tempo determinò grosse differenze nelle coordinate geografiche dei punti le zone di confine di nazioni contigue. La soluzione fu quella di definire un limitato numero di grandi sistemi di riferimento comuni ad interi continenti a cui ridurre le reti geodetiche nazionali di stati confinanti, da correlare successivamente tra loro.

In Italia l'ellissoide internazionale fu orientato a Roma Monte Mario ed il datum corrispondente prende il nome di ROMA40; attualmente a livello europeo il datum usato è l'ED50 dove lo stesso ellissoide internazionale è orientato a Potsdam.

1.2.4 Le proiezioni cartografiche

Una volta definita la posizione dei punti sull'ellissoide, si può procedere alla rappresentazione della superficie terrestre tridimensionale su una **superficie piana**, qual'è appunto un foglio di carta, utilizzando per tale operazione le **proiezioni**, cioè un insieme di regole che permettono di riportare sul piano della carta ogni punto della superficie terrestre.

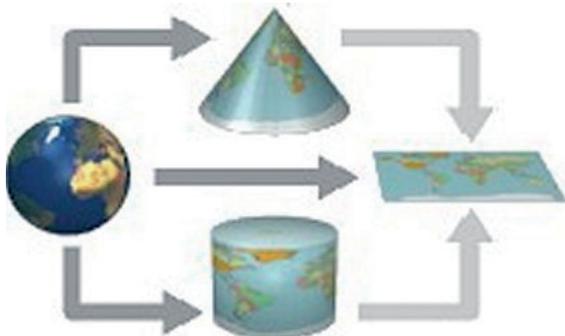


Figura 1.2.10 Dalla sfera al piano mediante diversi sistemi di proiezione

Durante il processo di proiezione dei dati reali su un foglio di carta sono introdotti inevitabilmente degli errori. Anche i più accurati sistemi di proiezione comportano distorsioni di almeno una delle caratteristiche geografiche: **forma, area, angoli, direzione, distanza**.

Per ridurre al minimo lo scarto tra le due superfici di rappresentazione, è necessario ricorrere a compromessi, primo tra i quali, rinunciare a riprodurre contemporaneamente tutta la superficie della sfera (o della terra), limitando la riproduzione a singole porzioni di territorio, ed adottando per esse, di volta in volta, i sistemi di maggior efficacia.

I cartografi hanno oggi la scelta fra un gran numero di proiezioni, ciascuna delle quali presenta dei vantaggi e degli inconvenienti. Nessuna proiezione è perfetta, e occorre scegliere fra ciò che si vuole conservare corretto e ciò che si può accettare di deformare. Questa scelta è d'ordine pratico e dipende dall'utilizzo che si dovrà fare della carta. Esempio: per orientarsi con la bussola, occorrono carte che conservino le direzioni.

La carta geografica può essere:

- **Isogonica o conforme:** quando conserva sulla carta gli angoli che una data direzione forma con i meridiani e i paralleli.
- **Equidistante:** quando le distanze della carta sono proporzionali a quelle corrispondenti sulla sfera terrestre.
- **Equivalente:** quando sono proporzionali le superfici.
- **Afilattica:** quando vengono minimizzati, ma non eliminati, tutti e tre i tipi di deformazione.

Nelle rappresentazioni equidistanti si cerca di mantenere il più possibile costante il rapporto fra le lunghezze della carta e della sfera terrestre. Tale condizione non è mai interamente raggiunta perché non è possibile sviluppare una superficie sferica su un piano; è quindi evidente che, soprattutto per carte che rappresentano aree molto vaste, la scala non è mai costante; è però possibile costruire carte equidistanti lungo direzioni prestabilite (ad esempio lungo i paralleli).

Nelle rappresentazioni equivalenti viene mantenuta la proporzionalità tra le aree della carta e quelle corrispondenti della sfera terrestre.

Nelle rappresentazioni isogoniche viene riprodotto inalterato, nella carta, ogni angolo definibile sulla superficie terrestre.

Nessuna rappresentazione equivalente può essere isogonica, come nessuna isogonica può essere equivalente; esistono anzi numerose carte nelle quali non è soddisfatta nessuna delle suddette proprietà. Solo certe carte che raffigurano aree molto ristrette possono essere considerate contemporaneamente sia equidistanti, sia equivalenti, sia isogoniche (Afilattiche).

Le corrispondenze biunivoche fra i punti dell'ellissoide terrestre e i punti della carta, vengono tradotte in altrettante relazioni analitiche, dette *equazioni della carta*. In particolare per ogni tipo di rappresentazione abbiamo dunque un sistema di equazioni a due variabili. Ad esempio per un punto qualsiasi la prima equazione fornisce l'ascissa relativa alla carta in funzione della latitudine e della longitudine del punto stesso sulla Terra; la seconda equazione ne fornisce l'ordinata, ancora in funzione della latitudine e della longitudine del punto.

Quindi tutte le rappresentazioni sono regolate da relazioni matematiche.

Tuttavia ne esistono alcune che seguono fedelmente i principi della geometria proiettiva, e sono quindi dette *proiezioni vere (o pure)*.

Fra queste ne abbiamo alcune che adottano come superficie di proiezione un piano, detto *piano ausiliario*, per lo più tangente (e talora secante) alla sfera terrestre e sono quindi dette *proiezioni prospettiche orizzontali (o azimutali)*. Altre adottano superfici ausiliarie cilindriche o coniche con asse coincidente con l'asse della Terra, che possono essere tangenti

o secanti rispetto alla sfera terrestre, che successivamente vengono sviluppate su un piano; queste sono perciò dette *proiezioni di sviluppo*.

Proiezioni vere prospettiche orizzontali. Sono rappresentazioni che seguono rigorosamente le leggi della geometria proiettiva, e con le quali si può ottenere la proiezione di un emisfero, o di una sua parte, su un piano ausiliario tangente alla Terra nel centro della zona che si vuol raffigurare (centro della carta).



Figura 1.2.11 Esempi di proiezioni prospettiche: equatoriale, polare, obliqua

Si supponga un globo sferico trasparente che riproduca in scala la terra (mappamondo) (fig. 1.2.12); si immagini ora di scegliere un punto di vista opportuno (Centro di proiezione) posto al centro della terra, al polo, o all'infinito. Si conducano da questo centro i raggi visuali su tutti i punti della superficie del globo. I punti d'intersezione di questi raggi con una superficie piana, convenientemente scelta, determinano una rappresentazione cartografica; così facendo si è in grado di tracciare il reticolo dei meridiani e dei paralleli. Le proiezioni prospettiche, soprattutto quella stereografica, vengono usate per rappresentare la Terra divisa in due emisferi.

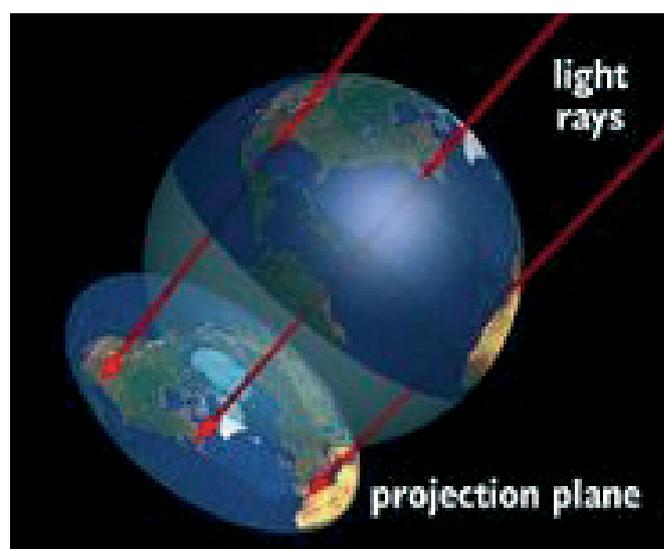


Figura 1.2.12 Un teorico mappamondo trasparente attraversato dai raggi luminosi e proiettati su un piano

In relazione alla posizione del “punto di vista”, ossia del punto di uscita dei raggi proiettivi, le proiezioni vere vengono distinte in:

1. *Proiezione centrografica o gnomonica.* In questo caso il punto di vista è dal centro della sfera.
2. *Proiezione stereografica.* In questo caso il punto di vista è sulla superficie della sfera in posizione antipoda rispetto al punto di tangenza della superficie di proiezione.
3. *Proiezione ortografica.* Punto di vista all'infinito.
4. *Proiezione scenografica.* Con punto di vista a distanza finita dalla superficie terrestre.

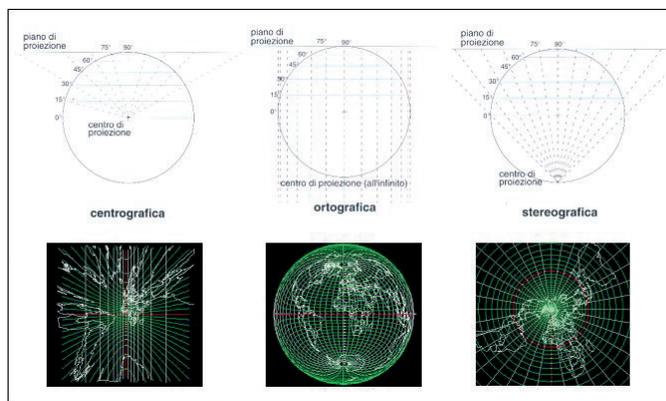


Figura 1.2.13 Rappresentazione schematica di tre tipi di proiezioni prospettiche: centrografica, ortografica e stereografica

Nelle **proiezioni prospettiche orizzontali ortografiche**, l'equidistanza è rispettata solo su cerchi concentrici rispetto al punto di tangenza; non sono né equivalenti né isogoniche (fig. 1.2.14).

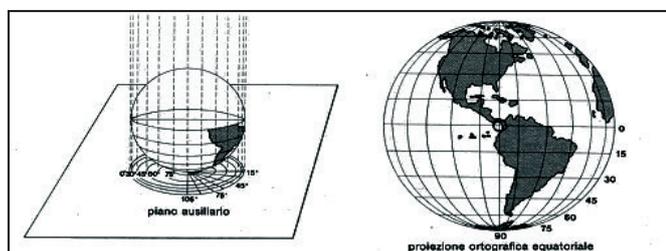


Figura 1.2.14 Proiezione prospettica orizzontale ortografica

Nelle **proiezioni prospettiche orizzontali stereografiche**, l'equidistanza è rispettata solo su cerchi concentrici rispetto al punto di tangenza, ma con scale diverse in funzione dei rispettivi raggi. Non sono carte equivalenti ma sono però rigorosamente isogoniche. Sono state adottate, con convenzio-

ne internazionale, per la rappresentazione delle calotte polari (fig. 1.2.15).

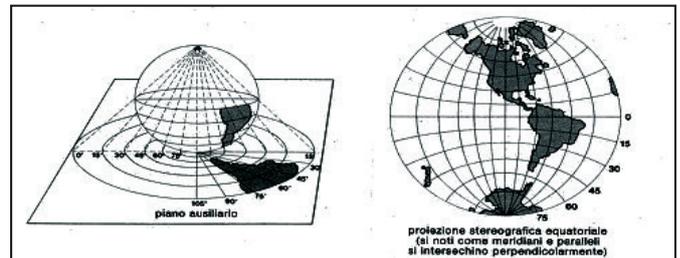


Figura 1.2.15 Proiezione prospettica orizzontale stereografica

Nelle **proiezioni prospettiche orizzontali centrografiche**, l'equidistanza è rispettata solo su cerchi concentrici rispetto al punto di tangenza, ed anche qui con scale diverse in funzione dei rispettivi raggi. Non sono né carte equivalenti né isogoniche, ma possiedono l'importante proprietà della **ortodromia rettilinea**: infatti esse rappresentano con un segmento di retta ciascuna **linea ortodromica**, ossia quell'arco di circonferenza che costituisce, sulla superficie terrestre, la linea più breve congiungente due punti qualsiasi.

1.2.5 Le proiezioni di sviluppo nella cartografia moderna.

Si ottengono dalla proiezione di elementi reali su una superficie curva che sia sviluppabile su un piano senza deformarsi.

Il centro di proiezione è il centro del globo ma il piano di proiezione viene sostituito da un solido geometrico quale il cilindro o il cono. Nella proiezione cilindrica la superficie sferica del globo viene proiettata su un cilindro verticale che fascia il globo stesso (tangenza tra i due solidi all'equatore, o su un cilindro orizzontale (tangenza dei due solidi su un meridiano e sul suo antimeridiano).

Nel caso della proiezione conica il globo risulta idealmente avvolto da un cono il cui asse coincide con l'asse terrestre.

Questi tipi di proiezione possono non rispettare le regole della geometria proiettiva; nel quale caso alcuni parametri vengono variati matematicamente per ridurre le deformazioni inserite nella proiezione stessa. Nell'attuale cartografia i sistemi di proiezione più in

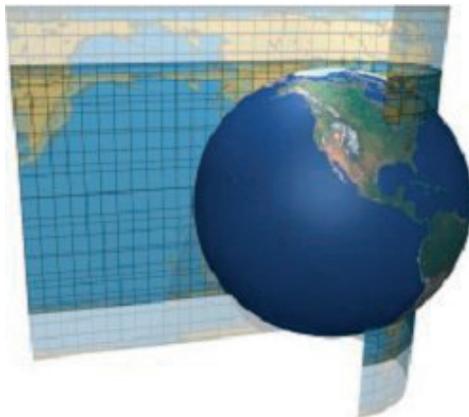


Figura 1.2.16 La proiezione di sviluppo

uso sotto l'aspetto topografico sono quelli che vanno sotto il nome di rappresentazione "diretta di Mercatore" e rappresentazione "trasversa di Mercatore" dal nome del geografo olandese (Gerhard Kremer, 1512-1594) che ideò la prima nel 1569.

Proiezione cilindrica diretta di Mercatore. Il primo tipo di carta che adotta un metodo di taglio matematico, è quella dovuta all'olandese Gerhard Kremer, (Mercatore), con la proiezione messa a punto nel 1569, che rispetta gli angoli fra meridiani e paralleli, secondo l'impostazione scientifica tolemaica. (Proiezione cilindrica diretta di Mercatore)

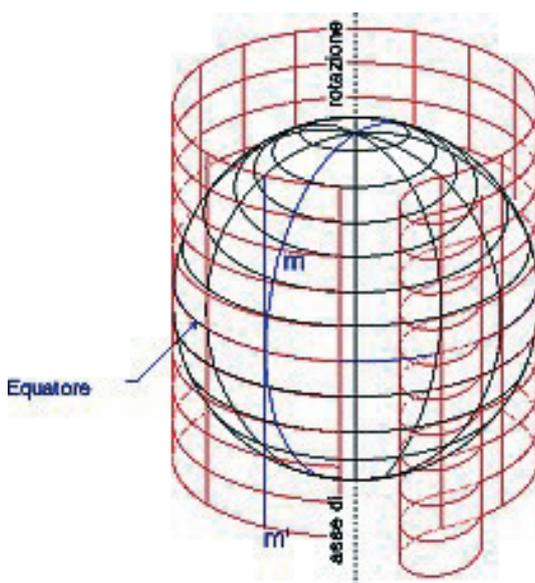


Figura 1.2.17 Proiezione cilindrica tangente all'equatore. Rappresentazione di Mercatore.
 m = meridiano sull'ellissoide m' = meridiano sulla carta

Meridiani e paralleli sono segmenti di retta che si intersecano ortogonalmente.

I meridiani sono regolarmente equidistanti mentre lo spazio fra i paralleli aumenta con la latitudine; questo è dovuto al fatto che si tratta di una rappresentazione in cui il centro di proiezione è virtualmente posto al centro della sfera di cui si proietta l'immagine su di un cilindro verticale tangente alla sfera stessa.

Mentre i meridiani, proiettati dal centro sono equidistanti, i paralleli si distanziano procedendo dall'equatore verso i poli; una carta di questo tipo conserva l'angolo fra qualsiasi elemento della superficie e i meridiani, e pertanto è una proiezione veramente conforme mentre le superfici si deformano sempre più con l'avvicinarsi ai Poli.

Questa caratteristica la rende adatta ad essere utilizzata come carta nautica, in quanto il tracciamento di rotta (per gradi rispetto ai meridiani) corrisponde alla effettiva direzione del percorso.

I limiti di questa proiezione sono da riscontrarsi nella impossibilità di restituire in carta i Poli e le regioni circumpolari; le regioni di maggiori latitudini sono graficamente dilatate rispetto a quelle di latitudini basse.

Inoltre non è utilizzabile, benché conforme, per i tracciati di navigazione (marittima o aerea) su lunghissimi percorsi (collegamenti tra antipodi), essendo una carta incompleta per le regioni polari, attraverso le quali passano le rotte più brevi.

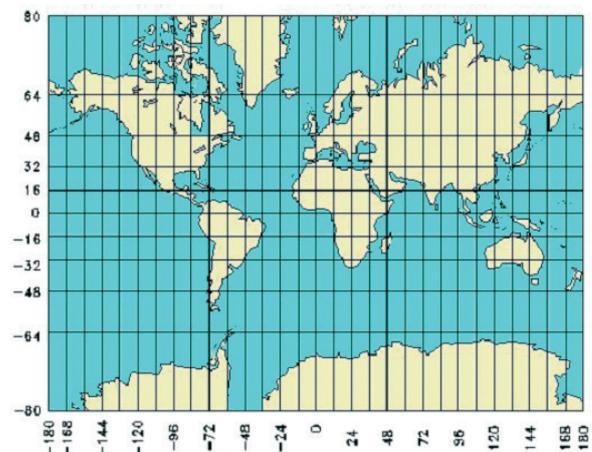


Figura 1.2.18 Reticolato geografico: rappresentazione di Mercatore. Tra i meridiani si conservano distanze proporzionali a quelle reali, ma le distanze dei paralleli vanno progressivamente aumentando verso i poli.

Rappresentazione Traversa di Mercatore o di Gauss. La rappresentazione di Gauss è stata scelta per la cartografia ufficiale italiana. Si può immaginare come derivata dalla proiezione dei punti dal centro dell'ellissoide di riferimento su un cilindro tangente ad un meridiano, detto *meridiano centrale*. Viene usato il termine rappresentazione di Gauss invece di proiezione in quanto il risultato è ottenuto più per via matematico-analitica che geometrica. È una proiezione pseudocilindrica (analiticamente modificata) con asse del cilindro nel piano equatoriale, per cui si possono utilizzare infiniti cilindri diversi, tangenti agli infiniti meridiani che si possono tracciare sul globo.

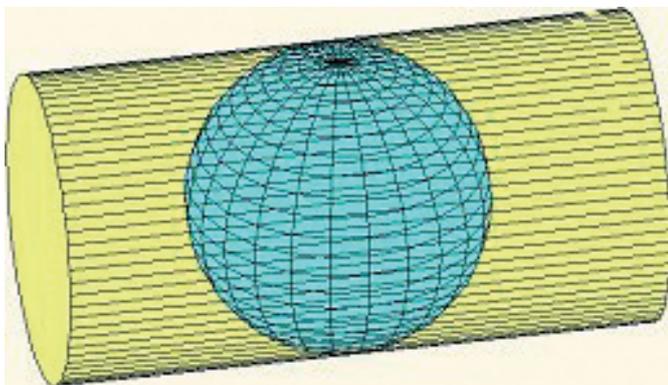


Figura 1.2.19 *Proiezione cilindrica tangente ad un meridiano. Rappresentazione di Gauss.*

La cartografia di Gauss è *conforme*, e pertanto gli angoli misurati sulla carta corrispondono perfettamente con i corrispondenti angoli misurati sul terreno; le lunghezze misurate sulla carta sono invece deformate rispetto a quelle misurate sulla superficie di riferimento.

Nella figura 1.2.20 è riportata una rappresentazione del reticolato geografico, ovvero il complesso di linee che rappresenta le *trasformate dei meridiani e dei paralleli*: si noti che la trasformata del meridiano centrale è un segmento di retta. Si può facilmente constatare dalla figura come il meridiano centrale venga rappresentato senza subire alcuna deformazione, e come invece la deformazione cresca rapidamente allontanandosi dal centro.

In questo tipo di proiezione meridiani e paralleli risultano linee curve e le deformazioni che vengono introdotte aumentano progressivamente spostan-

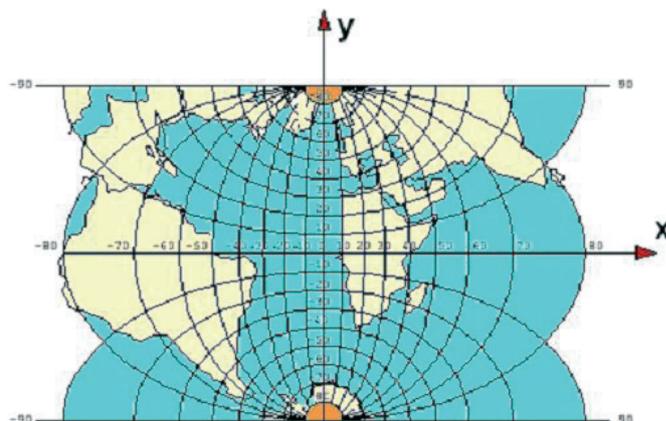


Figura 1.2.20 *Reticolato geografico: rappresentazione di Gauss. La convessità dei meridiani è accentuata; limitando la proiezione a soli 6°, meridiani e paralleli sono pressoché rettilinei.*

dosi di longitudine, dal meridiano di tangenza verso est e verso ovest. Per limitare le deformazioni, le rappresentazioni cartografiche usualmente utilizzate limitano l'estensione del fuso (porzione di ellissoide compresa tra due meridiani) che viene rappresentato in un unico sistema.

Il Sistemi di riferimento U.T.M. La rappresentazione trasversa di Mercatore (rappresentazione di Gauss) è adottata dalla maggior parte degli Istituti Cartografici europei con la denominazione di **U.T.M.** (Universal Transverse Mercator). È una proiezione cilindrica trasversa (cilindro orizzontale) e si ottiene proiettando i punti della superficie terrestre, dal centro dell'ellissoide sulla superficie di un cilindro posto trasversalmente e tangente ad un meridiano. Per fare in modo che le deformazioni siano mantenute entro valori accettabili, si limita la porzione di superficie proiettata sul cilindro ad uno spicchio di ampiezza di longitudine di 3° rispettivamente a destra ed a sinistra del meridiano di tangenza per una porzione complessiva pari a 6° di longitudine; ripetendo quindi la proiezione per 60 volte si ottiene la rappresentazione di tutto il globo. Ricorrendo ad una analogia tra la superficie terrestre e la buccia di una arancia e supposta questa tagliata in 60 spicchi, ognuno di questi può essere considerato piano mentre l'arancia intera mantiene una caratteristica forma sferica (fig. 1.2.21).

La rappresentazione è costituita da quindi da 60 fusi di ampiezza 6°; assumendo come meridiano fondamentale l'antimeridiano di Greenwich l'Italia

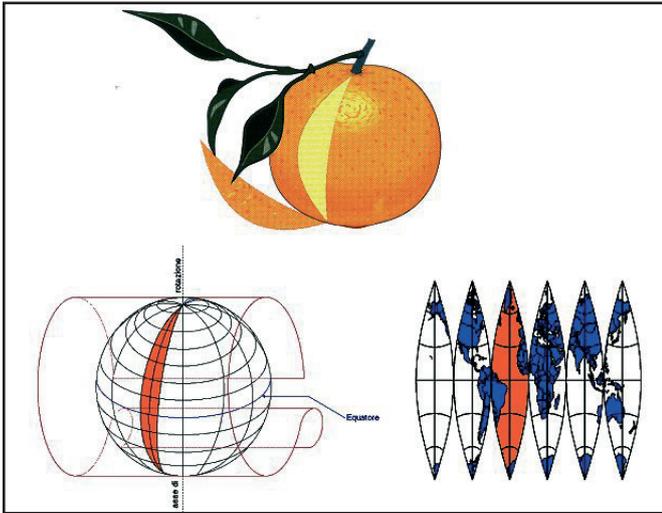


Figura 1.2.21 Proiezione cilindrica traversa tangente ad un meridiano. Rappresentazione di Gauss (UTM).
(m = meridiano sull'ellissoide; m' = meridiano sulla carta).

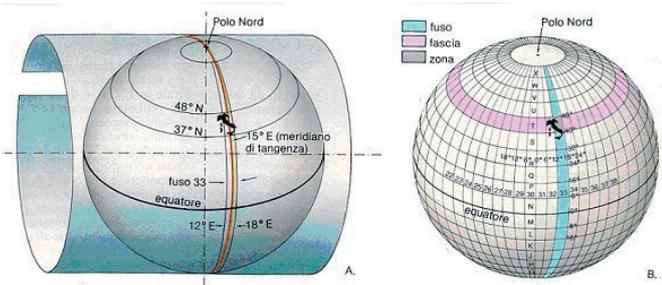


Figura 1.2.22 Inquadramento del territorio italiano sul reticolato geografico della rappresentazione di Gauss.

risulta compresa tra i fusi 32, 33 e 34. Inoltre ogni fuso è suddiviso in 20 zone di 8° di latitudine ciascuno, l'Italia è compresa nella zone S e T (fig. 1.2.22). Quindi, si rappresenta in un unico riferimento x , y una determinata porzione di territorio i cui punti abbiano differenze di longitudine inferiori o uguali a 3° , rispetto al proprio meridiano centrale (fig 1.2.23).

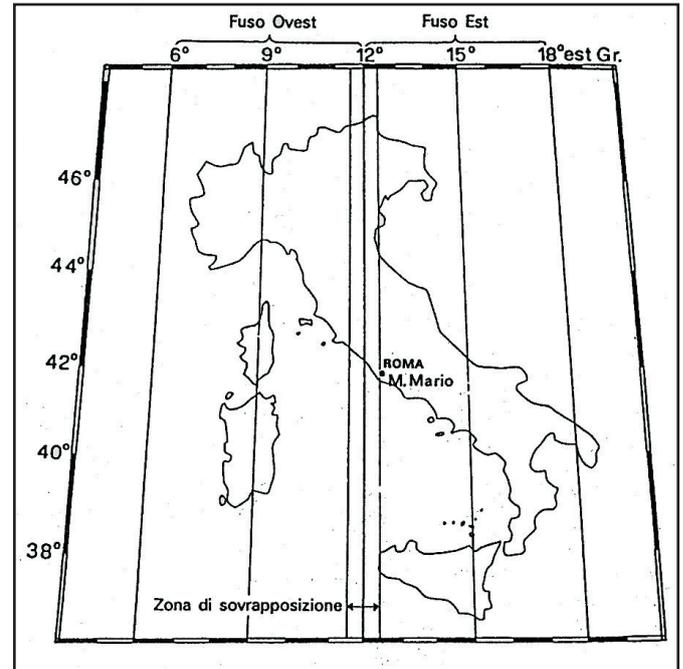


Figura 1.2.23 I due fusi della proiezione di Gauss della cartografia italiana (ROMA 40).